時間遅れを伴う2重積分器型 マルチエージェントシステムの合意解析

首都大学東京大学院　知能機械システム学域　M2　根岸 萌友　(児島研究室)

1. はじめに

背景

- マルチエージェントシステムの合意問題は様々な分野で応用されている[1].
- 代表的なモデルに単積分器型モデル, 2重積分器型モデルが用いられる.
- 情報構造や時間遅れの違いがもたらす影響を解析できる収束値解析は交通流の解析において重要な役割を果たすことが期待されている.

http://techon.nikkeibp.co.jp/article/HONSHI/20130322/272674/?rt=nocnt

研究目的

- 2重積分器型モデルにおいて時間遅れを含む場合, 初期状態から収束値が求められることを示す.
- 時間遅れがエージェントの速度に与える影響を解析する.

合意問題

すべてのエージェントがネットワークにおける情報交換を通じて, 状態変数を一致させることである.

2. 収束値解析

Fig. 1の2重積分器型のエージェント3つから構成される有向閉路グラフについて考える.

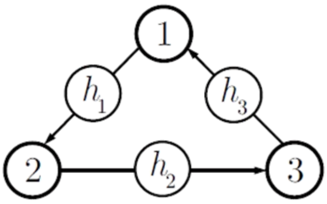

Fig. 1 有向閉路グラフ

状態方程式

$$\dot{x}_i(t) = Fx_i(t) + gu_i(t) \quad \text{(1a)} \quad x_i(t) = \begin{bmatrix} p_i(t) \\ v_i(t) \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

p_i: エージェントiの位置 v_i: エージェントiの速度

$$u_i(t) = -\sum_{j\in I_i}\left[k_{pi}\{p_i(t-h_j) - p_j(t-h_j)\} + k_{vi}\{v_i(t-h_j) - v_j(t-h_j)\}\right] \quad \text{(1b)}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, d)$$

h_j: エージェントごとに生じるむだ時間

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{i=0}^{d} A_i x(t-h_i),\ A_i \in \mathbb{R}^{2d\times 2d} \quad (i = 0, \ldots, d) \qquad (2)$$

$$0 := h_0 \le h_1 \le h_2 \le \ldots \le h_d = L \quad x(t) = \left[x_1^{\mathrm{T}}(t), \ldots, x_d^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{2d}$$

(2)の特性方程式は以下のように定められる[1].

$$\det\left|sI - \sum_{i=0}^{d} e^{-sh_i}A_i\right| = 0 \qquad (3)$$

仮定

(A1) 行列 $A = \sum_{i=0}^{d} A_i$ は2つの零固有値をもつ.

(A2) 方程式(3)の原点以外の根は, すべて実部が負である.

定理

(2)が仮定(A1), (A2)を満たすとする. 位置, 速度の合意が得られる必要十分条件は

$$Av_0 = 0,\ Av_1 = (I + \sum_{i=1}^{d} h_i A_i)v_0 \qquad (4)$$

$$u_0^{\mathrm{T}}A = 0,\ u_1^{\mathrm{T}}A = u_0^{\mathrm{T}}(I + \sum_{i=1}^{d} h_i A_i) \qquad (5)$$

を満たすベクトル$u_0, u_1, v_0, v_1 \in \mathbb{R}^{2d}$が存在することである.

定理を満たす場合, 収束値は, つぎのように構成される.

$$x^f(t) = \begin{bmatrix} v_0 & v_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} = (U^{\mathrm{T}}\Phi V)^{-1}U^{\mathrm{T}}w,\ U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 \\ 0 & u_0 \end{bmatrix},\ V = \begin{bmatrix} v_0 & v_1 \\ 0 & v_0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} I + \sum_{i=1}^{d} h_i A_i & -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d} h_i^2 A_i \\ -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d} h_i^2 A_i & \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{d} h_i^3 A_i \end{bmatrix},\ w = \begin{bmatrix} x(0) + \sum_{i=1}^{d} A_i \int_{-h_i}^{0} x(\beta)d\beta \\ -\sum_{i=1}^{d} A_i \int_{-h_i}^{0} (\beta + h_i)x(\beta)d\beta \end{bmatrix}$$

定理より, 遅延を含む2重積分器型のネットワークにおいて合意が形成される条件が明らかになった.収束値は初期値とむだ時間から求められることを示した.

$$x^f(t) = \mathbf{1}_d \otimes \begin{bmatrix} p^f(t) \\ v^f \end{bmatrix},\quad p^f(t) = c_0 + c_1 \cdot t,\ v^f = c_1$$

3. 数値例

Fig. 1のような有向閉路グラフにおいて遅延と合意形成の関係を調べる.

《条件》

- 初期状態: Agent 1: $\begin{bmatrix} 0 \\ 16.6 \end{bmatrix}$, Agent 2: $\begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix}$, Agent 3: $\begin{bmatrix} 0 \\ 22.2 \end{bmatrix}$
- ゲイン: $k_{pi} = 0.001, k_{vi} = 0.1$
- 時間遅れ: Case 1　$h_1 = 1, h_2 = 1, h_3 = 0$
  Case 2　$h_1 = 1, h_2 = 1, h_3 = 6$
- 速度の収束値: Case 1　$p^f(t) = 18.4t + 0.1$　$v^f = 18.4$
  Case 2　$p^f(t) = 19.5t - 3.2$　$v^f = 19.5$

《結果》

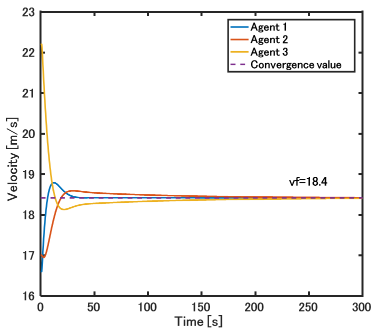

Fig. 2 Case 1の速度

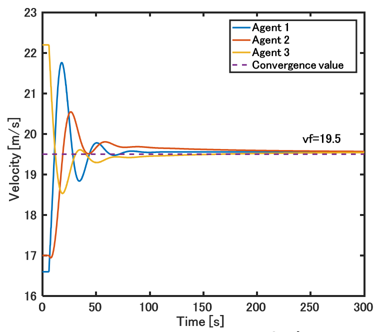

Fig. 3 Case 2の速度

- 初期状態を参照する時間が長いほど速度の収束値が参照したエージェントの初期速度に近づく.
- 時間遅れが大きくなるほど収束までに時間がかかる.

4. 成果と今後の展望

- 初期状態から収束値を求める定理を示し, シミュレーションにより過渡特性, 時間遅れの影響を評価した.
- 時間遅れが収束値に及ぼす影響を確認した.

- 時間遅れと安定性の関係を調べる.

参考文献

[1] R. O. Saber and R.M. Murray: Consensus problems in network of agents wirh switching topology and time-delays, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-49, No. 9, pp. 1520-1533 (2004)

[2] R.F. Curtain and H. Zwart: An introduction to innite-dimensional linear systems theory, Springer (1995)