

# 複数のパラメータ変化を補償する ロボットマニピュレータの軌道追従制御

東京都立大学大学院 機械システム工学域  
M2 門司 達也 (児島研究室)

## 1. はじめに

### 背景

ゲインスケジューリング(GS)制御は、制御対象の**パラメトリックな変動**に合わせて制御ゲインを調整し、所望の性能を確保する制御手法。

ロボットマニピュレータは、姿勢の変化により**慣性項**に大きな変化を生じる特徴を有する。

非線形性や特性変化に対応した制御系構築が重要。

### 研究目的

マニピュレータの制御問題に着目し、姿勢変化、先端の重さ変更に着目したGS制御問題を解き、軌道追従を達成する。

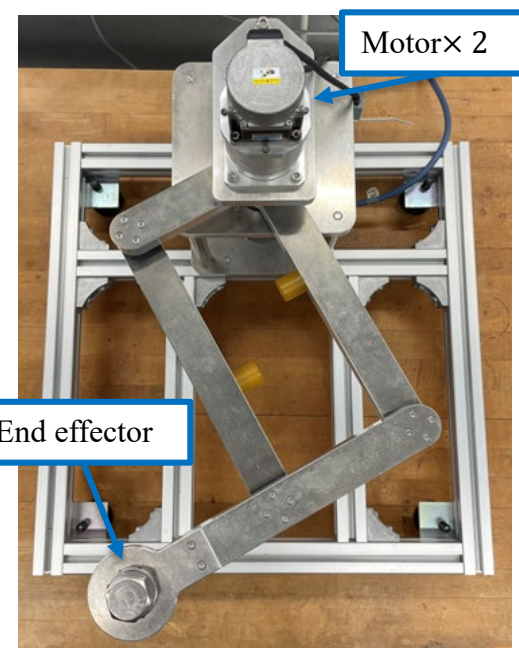


Fig.1: Robot manipulator

## 2. 制御対象と表現方法

### 運動方程式

$$M(q)\ddot{q} + f(q, \dot{q}, \tau) = \tau, \quad f(q, \dot{q}, \tau) = C(q, \dot{q}) + f_f(\dot{q}, \tau)$$

慣性項      非線形項      遠心コリオリ力      摩擦力

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_1 + m_5 l_1^2 & * \\ (C_1 + m_5 l_1 l_2) \cos \phi_1 & M_2 + m_5 l_2^2 + J_5 \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} (C_1 + m_5 l_1 l_2) \sin \phi_1 \dot{q}_2^2 \\ -(C_1 + m_5 l_1 l_2) \sin \phi_1 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad \phi_1 = q_1 - q_2$$

$$f_f(\dot{q}, \tau) = \begin{bmatrix} f_{f1}(\dot{q}_1, \tau_1) \\ f_{f2}(\dot{q}_2, \tau_2) \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$f_{fi}(\dot{q}_i, \tau_i) = \begin{cases} F_{vi} \dot{q}_i + F_{ci} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i) & \text{for } \dot{q}_i \neq 0 \\ \tau_i & \text{for } \dot{q}_i = 0, \tau_i \in (F_{si}^-, F_{si}^+) \\ F_{si}^+ & \text{for } \dot{q}_i = 0, \tau_i \geq F_{si}^+ \\ F_{si}^- & \text{for } \dot{q}_i = 0, \tau_i \leq F_{si}^- \end{cases} \quad (i = 1, 2)$$

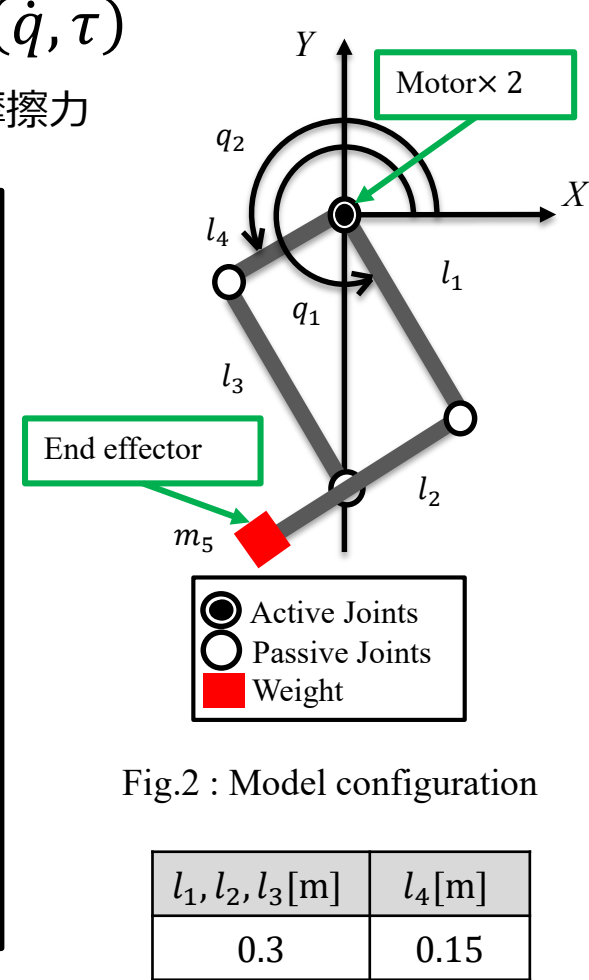


Fig.2: Model configuration

$l_1, l_2, l_3$ [m]	$l_4$ [m]
0.3	0.15

### LPVモデル

遠心・コリオリ力、摩擦力の非線形性を補償する入力を  $u_f(t)$  と定め、慣性に着目したLPVモデルを構築 ( $x(t) := [q^T \dot{q}^T]^T$ ).

$$p: \begin{cases} E_p(\theta) \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_{GS}(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad \theta = [\theta_1 \theta_2]^T = [\cos \phi_1 \ m_5]^T$$

※  $\cos \phi_1$ : 関節角度差,  $m_5$ : 先端の重さ

## 3. 制御系設計

### 制御構造設計

目標値への追従を評価量に定めた一般化サーボ系を構成。

$$\sum: \begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B_1 w(t) + B_2(\theta)u_{GS}(t) \\ z(t) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ \rho \cdot u_{GS}(t) \end{bmatrix} = Cx(t) + D_1 w(t) + D_2 u_{GS}(t) \\ x(t) := [x_p^T(t) \ x_i^T(t)]^T \end{cases} \quad \text{※ } w(t): \text{目標信号, } x_i(t): \text{積分器の状態}$$

### 制御ゲイン設計

LPVシステムを状態FB則  $u_{GS}(t) = K(\theta)x(t)$  により安定化し、かつ  $w$ - $z$ 間の  $L_2$ ゲインを抑制する問題を考える。

Extended LMI 条件

$$\min_{\gamma > 0} \Phi(X(\theta), Y(\theta), Q) \leq -\epsilon_1 \cdot I_{18}$$

$$\Phi(X(\theta), Y(\theta), Q) = \begin{bmatrix} E(\theta) \left( \pm v_1 \cdot \frac{\partial X}{\partial \theta_1} \right) E^T(\theta) & * & * & * \\ +A_c Q E^T(\theta) + B_c Y(\theta) E^T(\theta) & * & * & * \\ +E(\theta) Q^T A_c^T + E(\theta) Y^T(\theta) B_c^T & * & * & * \\ X(\theta) E^T(\theta) - Q E^T(\theta) + k(Q^T A_c^T + Y^T(\theta) B_c^T) & -k(Q + Q^T) & * & * \\ C Q E^T(\theta) + D_2 Y(\theta) E^T(\theta) & k(C Q + D_2 Y(\theta)) & -\gamma \cdot I_{4 \times 4} & * \\ D_1^T E^T(\theta) & 0_{2 \times 6} & D_1^T & -\gamma \cdot I_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

※ 対称行列の要素の一部を\*により省略  
 $X(\theta) = X^T(\theta) \geq \epsilon_2 \cdot I_6, \epsilon_1, \epsilon_2 > 0, \theta_1 \in [\underline{\theta}_1, \bar{\theta}_1], |\dot{\theta}_1| \leq v_1, Q$ : 補助変数 ( $\because K(\theta) = Y(\theta)Q^{-1}$ ),  $k$ : 微小な正のスカラ

### 制御則

提案する制御則をまとめると以下のブロック図で示される。

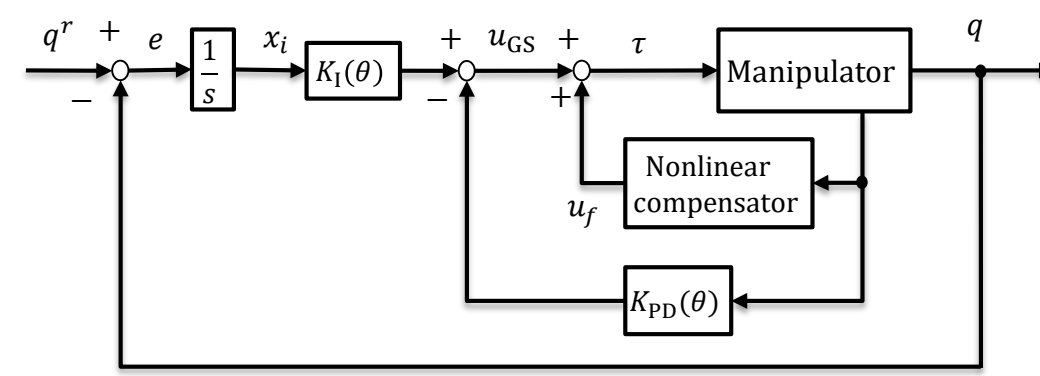


Fig.3: Proposed control system

$$\tau = u_{GS} + u_f$$

サーボ系      非線形補償

$$\begin{cases} u_{GS} = -K_p(\theta)q - K_D(\theta)\dot{q} + K_I(\theta) \int_0^t e(t)dt \\ u_f = f(q, \dot{q}, \tau) \end{cases}$$

## 4. シミュレーション・実機実験

### 条件

- 2DOFマニピュレータに対して、GS制御器と固定制御器（平衡点を軌道上に設定し、GS制御器と同様の仕様で構成）を適用し、比較シミュレーションを実施。
- マニピュレータ（実機）に対してGS制御を適用し、性能を評価。

### シミュレーション結果

GS制御ではマニピュレータの姿勢変化、先端の重さ変更にも安定した応答となる一方、固定制御では、同じ設計仕様でも定められた基準点により発散する結果となった。

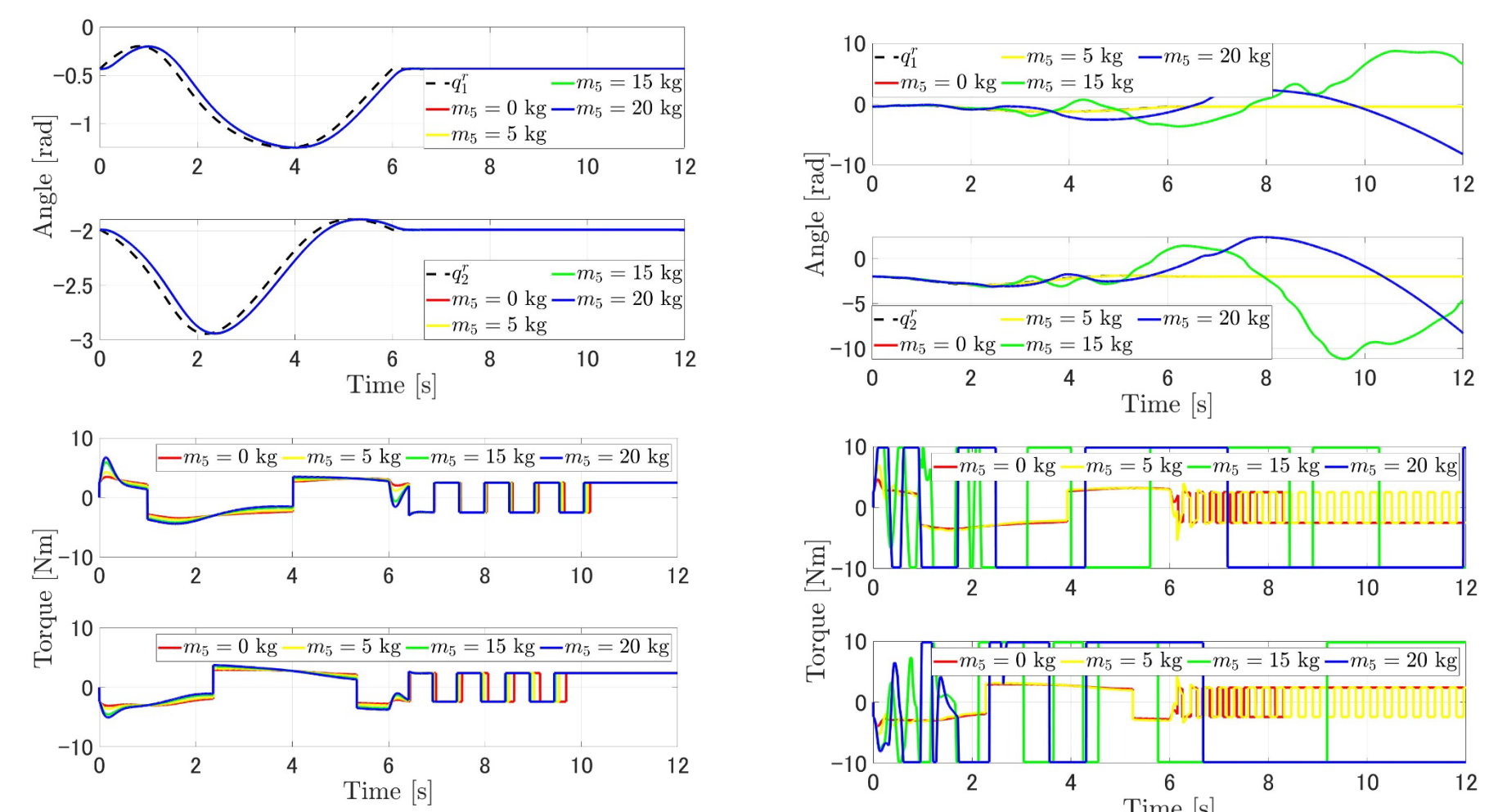


Fig.4: Simulation results (left: GS制御, right: 固定制御)

### 実験結果

- シミュレーションと同様に安定した応答を確認。
- 負荷が大きくなると、過渡応答で加振が見られ、制御ゲインの改善の余地があると考えられる。

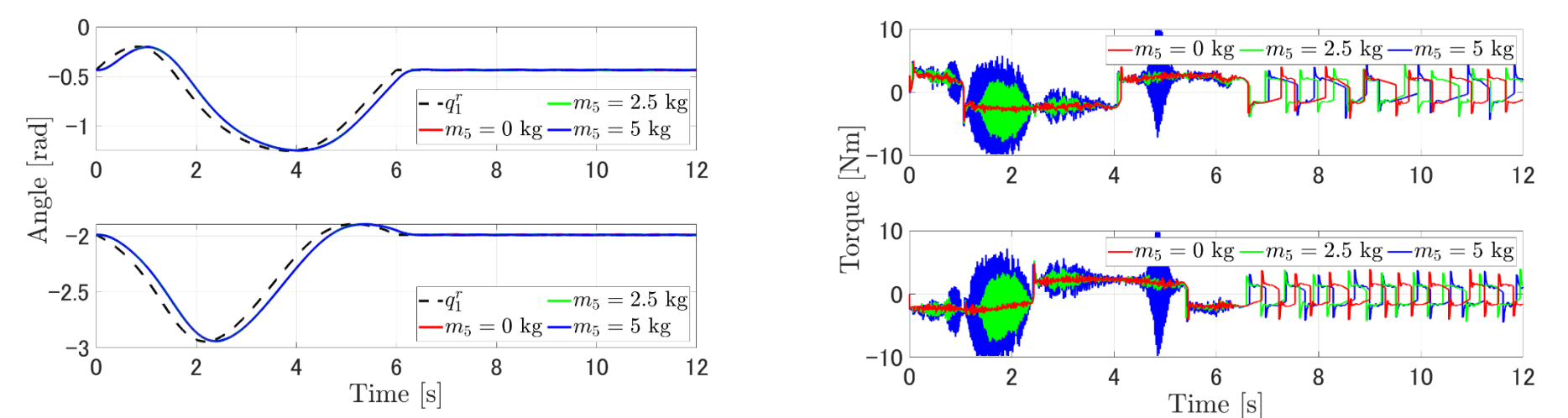


Fig.5: Experimental results

## 5. まとめと今後の展望

### まとめ

2DOFマニピュレータの軌道追従制御問題において、GS制御法を提案し、慣性における**複数のパラメータ**変化を補償した制御系の設計法を明らかにした。

### 今後の展望

過渡応答の追従性向上のために、2自由度制御系の設計に発展させること。

### 参考文献

- W. Xie: An Equivalent LMI Representation of Bounded Real Lemma for Continuous-time systems, Journal of Inequalities and Applications, Article ID 672905 (2008)
- A. Kojima: A characterization of parameter-dependent LMIs on Bernstein polynomial basis, Proc. of 57th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 4687-4694 (2018)