姿勢変化を考慮した平面2軸マニピュレータのH^∞制御

東京都立大学　システムデザイン学部機械システム工学科　B4　小針 英靖　（児島研究室）

1. はじめに

研究背景

- H^∞**制御**はモデル化誤差のもとでロバスト安定性を実現する強力な設計法であるが，線形制御理論である[1].
- 非線形性の影響が大きくなると制御性能が低下する場合がある.
  ➡ 本来は非線形性も考慮した制御則を設計することが望ましい.

研究目的

線形近似システムをもとにしたH^∞**制御**と非線形システムをもとにしたH^∞**ゲインスケジュールド(H^∞GS)制御**を制御対象に適用し比較する.

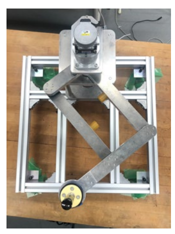
2. 制御対象

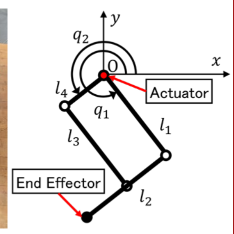
運動方程式

$$M(q)\ddot{q}+C_r(q,\dot{q})+r_v(\dot{q})+r_c(\dot{q})=\tau$$

姿勢変化を表すパラメータ:
$$\theta=\cos(q_1-q_2)$$
補償を含む入力:
$$\tau=u+C_r(q,\dot{q})+r_c(\dot{q})$$

$$M(\theta)\ddot{q}+F_v\dot{q}=u$$





$x_p=[q,\dot{q}]^{\mathrm{T}}$とし，ディスクリプタ方程式を導出する．また，それを平衡点x_eまわりで線形近似することで，状態方程式を導出する．

ディスクリプタ方程式

$$E(\theta)\dot{x}_p=A_px_p+B_pu$$
$$y_p=C_px_p$$

線形近似 →

状態方程式

$$\dot{\tilde{x}}_p=\tilde{A}_p\tilde{x}_p+\tilde{B}_pu$$
$$\tilde{y}_p=\tilde{C}_p\tilde{x}_p$$

$q=[q_1,q_2]^{\mathrm{T}}$: 関節角度，$\tau=[\tau_1,\tau_2]^{\mathrm{T}}$: トルク，$M$: 慣性行列，
C_r, $r_v(=F_v\dot{q})$, r_c: 遠心コリオリ力，粘性摩擦力，クーロン摩擦力を表す行列，
, $\tilde{x}_p=x_p-x_e$, $A_p,B_p,C_p,\tilde{A}_p,\tilde{B}_p,\tilde{C}_p$: システム行列

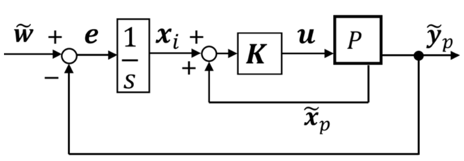
3. 制御手法

H^∞制御

- 状態方程式からI-PD系を構成し，H^∞制御問題を考える．
- 目標値w，積分器の状態x_i，評価量zとする．

一般化プラント

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}=A\tilde{x}+B_1\tilde{w}+B_2u\\ z=\begin{bmatrix}x_i\\ \rho\cdot u\end{bmatrix}=C_1\tilde{x}+D_{11}\tilde{w}+D_{12}u\\ u=K\tilde{x}\end{cases}$$



閉ループ系を安定化し，$\tilde{w}$–z間のH^∞ノルムを$\gamma(>0)$未満に抑制するための必要十分条件は，次のLMI条件が可解になることである[2].

$$\begin{bmatrix}\mathrm{He}[AX+B_2Y] & * & *\\ C_1X+D_{12}Y & -\gamma\cdot I & *\\ B_1^{\mathrm{T}} & D_{11}^{\mathrm{T}} & -\gamma I\end{bmatrix}\prec 0,\quad X\succ 0$$

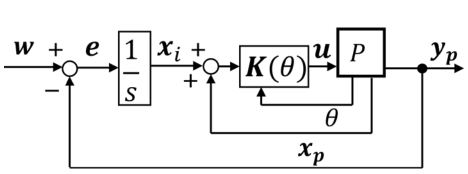
このとき，ゲインは$K=YX^{-1}$として得られる.

H^∞ゲインスケジュールド(H^∞GS)制御

ディスクリプタ方程式からI-PD系を構成し，H^∞制御問題を考える．

一般化プラント

$$\begin{cases}\dot{x}=A(\theta)x+B_1w+B_2(\theta)u\\ z=\begin{bmatrix}x_i\\ \rho\cdot u\end{bmatrix}=C_1\tilde{x}+D_{11}\tilde{w}+D_{12}u\\ u=K(\theta)x\end{cases}$$



閉ループ系を安定化し，w–z間のH^∞ノルムを$\gamma(>0)$未満に抑制するための十分条件は，次のθに依存したLMI条件が可解になることである．

$$\begin{bmatrix}\mathrm{He}[AXE^{\mathrm{T}}(\theta)+B_2Y(\theta)E^{\mathrm{T}}(\theta)] & * & *\\ C_1XE^{\mathrm{T}}(\theta)+D_{12}Y(\theta)E^{\mathrm{T}}(\theta) & -\gamma\cdot I & *\\ B_1^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}(\theta) & D_{11}^{\mathrm{T}} & -\gamma\cdot I\end{bmatrix}\prec 0,\quad X\succ 0$$

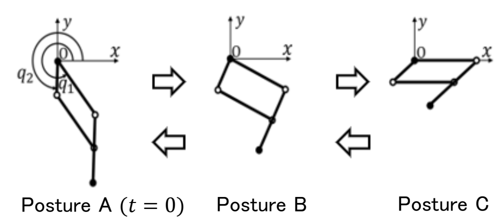
文献[3]より，パラメータ非依存のLMI条件に緩和することで，ゲインは$K(\theta)=Y(\theta)X^{-1}$として得られる.

$$\tilde{x}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_p\\ x_i\end{bmatrix},\ \tilde{w}=w-x_e,\ x_i=x_{i0}+\int_0^t e\,dt,\ x=\begin{bmatrix}x_p\\ x_i\end{bmatrix},\ \rho\text{: 入力の重み}$$

$$A=\begin{bmatrix}\tilde{A}_p & O\\ -\tilde{C}_p & O\end{bmatrix},B_1=\begin{bmatrix}O\\ I\end{bmatrix},B_2=\begin{bmatrix}\tilde{B}_p\\ O\end{bmatrix},C_1=\begin{bmatrix}O & I\\ O & O\end{bmatrix},D_{11}=\begin{bmatrix}O\\ O\end{bmatrix},D_{12}=\begin{bmatrix}O\\ \rho\cdot I\end{bmatrix}$$

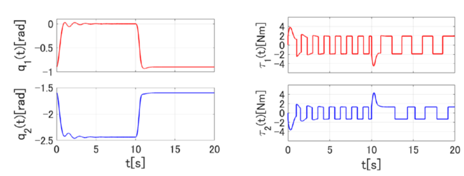
$$A(\theta)=E^{-1}(\theta)\begin{bmatrix}A_p & O\\ -C_p & O\end{bmatrix},\ B(\theta)=E^{-1}(\theta)\begin{bmatrix}B_p\\ O\end{bmatrix},\ Y(\theta)=Y_0+Y_1\theta$$

4. シミュレーションと実験結果

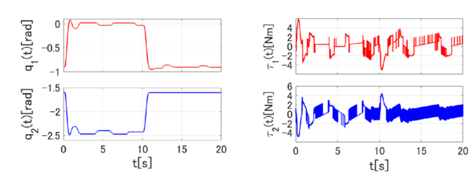


	Angle[rad]		
	Posture A	Posture B	Posture C
q_1	−0.90	−0.45	0
q_2	−1.60	−2.02	−2.44
q_1-q_2	0.70	1.57	2.44

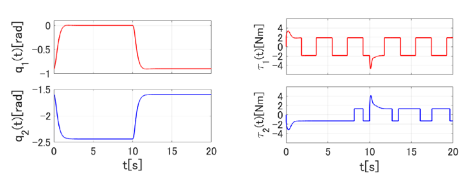
- 目標値は$t\in[0,10)$: Posture C, $t\in[10,20]$: Posture Aとした．
- $\rho=0.1$とし，ゲインが過大にならないように$X\succ 0.1\cdot I$とした．
- Case 1: 平衡点をPosture AとしたH^∞**制御**, Case 2: H^∞**GS制御**.



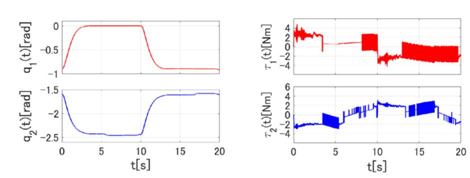
シミュレーション（Case 1）



実験（Case 1）



シミュレーション（Case 2）



実験（Case 2）

- Case 1より，H^∞**制御**では平衡点まわりで滑らかに収束しているが，平衡点から離れた目標値付近で振動している．
- Case 2よりH^∞**GS制御**では姿勢変化によらず滑らかに収束している．
- τの振動は，入力補償に含まれているクーロン摩擦力を，符号関数で表現していることが原因であると考えられる．

5. まとめと今後の予定

まとめ

- H^∞**制御**は平衡点近辺では優れたロバスト性を発揮するが，広域において制御性能が悪化する場合があることが観察された．
- H^∞**GS制御**はパラメータの変化によらず良好な制御性能を発揮することが観察された．

今後の予定

力学系のシステム表現に基づき，他のモデル化誤差・非線形性に対応するゲインスケジュールド制御法を明らかにしていく．

参考文献

[1] 杉江，清水，井村: 厳密な線形化手法を用いたH^∞制御とその磁気浮上系への応用，システム制御情報学会論文誌, Vol. 6, No. 1, pp. 57–63 (1993)
[2] P. Gahinet, P. Apkarian: A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control, *Int. J. Robust Nonlinear Contr.*, pp. 421–448 (1994)
[3] 児島: アファインな非線形規定を用いたパラメータ依存LMIの解法，計測自動制御学会論文集, Vol. 55, No. 7, pp. 429–438 (2019)